

ШИФР 10-15

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 10 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Образовательный комплекс «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»
Старооскольского городского округа

Бажинова Глеба Сергеевича
(ФИО полностью)

Педагог-наставник:

учитель математики

МАОУ «ОК «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»
(наименование ОУ)

Белая Ирина Вячеславна
(ФИО полностью)

Заметим, что последовательности образуют собой арифметическую прогрессию, для каждого из чисел, тогда можно сделать вывод, что сумма количеств единиц и двоек четна, также заметим, что последовательность начинается с единицы 1, тогда, зная, что сумма количеств четна, можно сделать вывод, что на позиции 10101 будет столько единиц. Рассмотрим позиции с 1 по 10100, т.е. количество двоек равно количеству единиц, то единиц в этих позициях всего 5050, тогда, зная, что на позиции 10101 стоит единица, получим, что всего 5051 единица.

Ответ: 5051.

58

10.2

Пусть x км ($x > 0$) проехал Алексей за первые 0,5 ч, тогда скорость Алексея $\frac{x}{0,5}$ (км/ч), тогда $(x+6)$ км проехал Василий за первые 0,5 ч, тогда скорость Василия равна: $\frac{x+6}{0,5}$. Зная, что каждый получает дополнительное время, начисляемое по правилу: каждый получает в заезде дополнительное время количество минут, равное расстоянию, которое он проехал за первые полчаса, измеренному в км, а также, что по окончании заездов Василий проехал на 10 км больше Алексея, то составим и решим уравнение.

$$\frac{(x+6)^2}{0,5} - \frac{x^2}{0,5} + x+6 - x - \frac{x}{0,5} \cdot \frac{x}{0,5} = 10$$

$$\frac{(x+6)^2}{30} + 6 - \frac{x^2}{30} = 10$$

$$\frac{x^2 + 12x + 36 - x^2}{30} = 5$$

$$12x + 36 = 150$$

$$12x = 114$$

$$x = 9,5$$

Итак 9,5 км проехал Алексей, тогда 9,5+6=15,5 км проехал Василий.

N	Б	Подпись	Расшифровка
1	5	<i>[Подпись]</i>	Хоршикова Н.А
2	7	<i>[Подпись]</i>	Ледовская Н.В
3	3	<i>[Подпись]</i>	Бенко Ю.С.
4	0	<i>[Подпись]</i>	Монахова Н.А
5	0	<i>[Подпись]</i>	Монахова Н.А

Итого: 15

Тогда скорости Алексея равна $\frac{9,5}{0,5} = 19 \text{ км/ч}$, тогда скорость Василия равна $\frac{15,5}{0,5} = 31 \text{ км/ч}$.

Ответ: 19 км/ч - скорость Алексея; 31 км/ч - скорость Василия.

10.3.

4.5.

$$(x^2 + 10x + 9)(x^2 + 10x + 9 + 18) = 0.$$

Зная, что уравнение имеет 4 корня, то $D > 0$ для каждого уравнения. Найдем D :

$$D_1 = 10^2 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 > 0.$$

$$D_2 = 100 - 4 \cdot 27 = 28 - 36 < 0. \text{ , тогда если знаем, что это система, получим, что } 9 < 4.$$

Поскольку коэффициенты в обоих квадратных уравнениях одинаковы, то и тангенс коэффициента a , то величина каждого из корней будет зависеть от D .

Поскольку D в первом квадратном уравнении самый большой, то x_1 - самое минимальное число, а тогда x_2 - самое большое число, тогда рассмотрим x_3 корни второго уравнения, очевидно, что $x_3 < x_4$, где $x_3 = \frac{-10 - \sqrt{D_2}}{2}$, а $x_4 = \frac{-10 + \sqrt{D_2}}{2}$.

$$(x_1 = \frac{-10 - \sqrt{D_1}}{2}; x_2 = \frac{-10 + \sqrt{D_1}}{2}), \text{ тогда получим } x_1 < x_3 < x_4 < x_2.$$

С помощью теоремы Виета рассмотрим эти корни.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -10 \\ x_1 \cdot x_2 = 9 \end{cases}$$

получим:

$$\begin{cases} x_1 + x_1 + 3d = -10 \\ x_1(x_1 + 3d) = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 3dx_1 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 3dx_1 + 2d^2 = 9 + 18. \end{cases}$$

$$x_1^2 + 3dx_1 = x_1^2 + 3dx_1 + 2d^2 - 18.$$

$$2d^2 = 18.$$

$d = \pm 3$, так x_1 - минимальное число, то -3 не подходит.

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = -10 \\ x_3 \cdot x_4 = 9 \end{cases}$$

зная, что это арифметическая прогрессия,

$$\begin{cases} x_1 + d + x_1 + 2d = -10 \\ (x_1 + d)(x_1 + 2d) = 9 + 18 \end{cases}$$

рассмотрим нижнее уравнение, они оба равны 9, тогда можно сделать замену:

Зная d , можем найти x_1 :

$$2x_1 + 3d = -10$$

$$2x_1 + 9 = -10$$

$$2x_1 = -19$$

$$x_1 = -5,5$$

Ответ: $-5,5$.

10.5.

П.к. ~~нужно~~ Артем берет произведение из трех чисел, и получает ряд из некоторых натуральных чисел, то среди a_1, a_2, \dots, a_{15} нет четных чисел, иначе ряд наруш^ится, тогда также можем сказать, что в рядок числа не могут повторяться иначе, при попадании в этот рядок число отрицательного числа получим ~~одно~~ ~~нужно~~ произведение, которое меньше 0, тогда на первом ~~и~~ месте может стоять 15 различных чисел, на втором 14, а на третьем 13, тогда получим, что $15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ комбинаций, тогда $k = 2730$.

Ответ: ~~27~~ $k = 2730$.

10-15